

Sujet d'examen

14 décembre 2005

Documents non autorisés.

Lisez attentivement les questions ; on vous conseil de commencer par les questions dont vous connaissez directement la réponse.

Parfois un schéma vaut mieux que vingt longues phrases. Si vous ne connaissez pas la réponse en détail, n'hésitez pas à donner votre intuition, cette dernière vaut toujours mieux que de ne rien répondre.

Les problèmes, et parfois les questions, sont indépendants. Ce n'est pas la quantité qui compte, on apprécie des réponses claires et précises.

1 Eclairage

On aimerait calculer la réponse lumineuse d'une surface pour un matériau parfaitement diffus (sans tenir compte des occlusions).

Le point P sur la surface en question se trouve à la position $(1, 3, 5)$. La direction de la normale locale est donnée par le vecteur $(1, 1, 0)$. La surface a une réflectance diffuse de $(1, 0.3, 0.3)$ dans l'espace **RGB**.

La lumière omnidirectionnelle est située en $(1, 2, 4)$ et brille avec une intensité $(0, 0.3, 0.3)$ en RGB.

1.1 Couleurs et Gouraud

1.1.1 Question : Sous une lumière blanche, quelle serait la couleur attendue de la surface au point P (qualitatif, par exemple "violet") ?

1.1.2 Question : Quelle est la couleur de la lumière (qualitatif) ?

1.1.3 Question : Expliquez le modèle de Gouraud (Lambert, lumière diffuse) et calculez la réponse lumineuse avec ce modèle.

1.1.4 Question : Pourquoi est-ce raisonnable de travailler dans l'espace de couleur RGB ? Que se passerait-il si l'on utilisait HSV ?

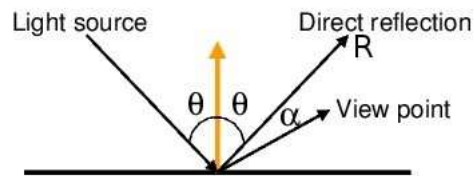
On s'intéresse à un maillage où chaque sommet possède une et unique normale. L'éclairage est calculé aux sommets et ensuite interpolé sur les triangles du maillage.

1.1.5 Question : Donnez un exemple simple qui mette à défaut cette méthode par rapport à une solution basée sur une évaluation par point (\neq sommet) (avec une normale locale).

1.2 Phong

On s'intéresse au modèle de Phong pour tenir compte des spéularités. Regardez le schéma ci-dessous et la formule donnée :

$$I = I_p k_s (\cos \alpha)^n$$



1.2.1 **Question :** Quelle est l'utilité de l'exposant n ?

1.2.2 **Question :** Comment calculer le vecteur R réfléchi ?

1.2.3 **Question :** Pourquoi l'utilisation de ce modèle est-elle raisonnable pour les applications temps réel (concernant les calculs et la qualité) ?

1.2.4 **Question :** Est-ce que ce modèle serait suffisant pour simuler des matériaux réalistes ? Quel(s) modèle(s)/approche(s) proposeriez-vous ?

On s'intéresse à la simulation **rapide** d'un modèle de matériau ressemblant au plastique (spécularité blanche avec une composante diffuse rouge).

1.2.5 **Question :** Quel modèle utiliseriez-vous et donnez des valeurs convenables pour ce matériau.

2 Création d'un jeu vidéo

2.1 Temps réel

Vous faites partie d'une équipe de développement de jeux vidéo. Votre entreprise est intéressée par la création d'une simulation de bateaux.

2.1.1 **Question :** Quelles techniques de modélisation et quelles sortes de représentation utiliseriez-vous pour produire un bel affichage de la mer, du bateau, du décor de fond et des personnages pendant le jeu (les effets doivent respecter la contrainte du temps réel). Justifiez vos choix.

2.2 Scène animée

Pour attirer le joueur, il est également prévu de créer une introduction, c'est-à-dire une petite séquence animée de belle qualité.

2.2.1 **Question :** Quelle technique de rendu proposez-vous ?

2.2.2 **Question :** Quels effets supplémentaires proposeriez-vous pour cette séquence et par quelles techniques les réaliseriez-vous ?

3 Représentations alternatives

3.1 CSG

3.1.1 **Question :** Expliquez le CSG (Constructive Solid Geometry).

3.2 CSG et Ray tracing

On s'intéresse à un rendu utilisant la technique du ray tracing. Les rayons secondaires (réflexion et réfraction) peuvent être négligés.

3.2.1 Question : Décrivez l'algorithme simple du ray tracing

On considère un sous-ensemble de CSG et n'admettons que les sphères (définies par un centre et un rayon) comme primitive.

3.2.2 Question : Décrivez (mathématiquement) comment obtenir la normale d'une sphère à un point de la surface.

3.3 Opérations de CSG

Toujours dans la cadre de CSG par ray tracing (nous vous conseillons vivement de faire des schémas, pour vous et pour nous) :

3.3.1 Question : Comment afficher l'union de deux sphères ?

3.3.2 Question : Comment traiter l'intersection de deux sphères ?

3.3.3 Question : Comment en déterminer la normale ?

3.3.4 Question : Comment traiter la différence entre deux sphères ?

3.3.5 Question : Comment en déterminer la normale ?

4 Les shadow volume

4.1 Principe

4.1.1 Question : Expliquez l'algorithme du shadow volume.

4.1.2 Question : Comment peut-on utiliser le stencil buffer pour accélérer l'algorithme ?

4.1.3 Question : Quels problèmes se posent pour cette approche ?

4.2 Point de vue

4.2.1 Question : Que se passe-t-il si l'observateur (la caméra) se trouve à l'intérieur de l'ombre ? A quelle valeur doit-on initialiser le stencil buffer ?

5 Radiosité

5.1 Première partie

5.1.1 Question : Décrivez le principe de la radiosité.

5.1.2 Question : Expliquez ce que sont les facteurs de forme.

On vous rappelle la formule du facteur de forme :

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} v(x, y) \frac{\cos(\theta)\cos(\theta')}{\pi d(x, y)^2} dx dy$$

où $v(x, y)$ représente la visibilité.

5.1.3 Question : Démontrez la formule de réciprocité : $F_{ji} = A_i/A_j * F_{ij}$.

5.1.4 Question : En quoi ceci pourrait servir en pratique ?

On se rappelle que l'on ne sait pas calculer les facteurs de forme de manière exacte.

5.1.5 **Question :** Que proposez-vous comme méthode d'estimation ?

5.1.6 **Question :** La propriété suivante peut être démontrée : $\sum_j F_{ij} \leq 1$. Interprétez ce résultat.

5.2 Deuxième partie

Rappelons la formule de la radiosité avec éléments finis : $B = E + MB$, avec $M_{ij} = \rho_i * F_{ij}$ où ρ_i est la réflectance.

5.2.1 **Question :** Que représente le vecteur E ?

5.2.2 **Question :** Pourquoi $\rho_i < 1$ dans un cas réaliste ?

5.2.3 **Question :** Montrez que la radiosité B est donnée par $(Id - M)^{-1}E$.

On a vu dans le cours que l'on s'intéresse à la solution de cette équation mais on ne s'est pas encore assuré que la matrice $(Id - M)$ est effectivement inversible. Le but de cet exercice est de développer ce résultat ici.

Mathématiquement, on sait qu'une matrice à diagonale dominante stricte est inversible.

Une matrice T est à diagonale dominante stricte si et seulement si : $|T_{ii}| > \sum_{j \neq i} |T_{ij}|$.

5.2.4 **Question :** Montrez que $(Id - M)$ est à diagonale dominante stricte pour un cas réaliste.

5.3 Troisième partie

Maintenant, nous aimerions prouver que l'algorithme proposé en cours approche le résultat souhaité.

L'algorithme fonctionnait comme ceci :

- * Initialiser B à 0.
- * Itérer B avec la fonction $f(B) = MB + E$.

5.3.1 **Question :** Montrez que l'on obtient la solution exacte lorsque que l'on a la propriété $f(B_k) = B_k$.

Soit $B_k = f^k(B)$. On aimerait maintenant prouver que $\|B_{k+1} - B_k\|$ approche 0 pour k tendant vers l'infini.

Comme norme pour les vecteurs, choisissez $\|x\| = \max(|x_i|)$ et pour les matrices $\|M\| = \max(|x_{ij}|)$. Vous avez le droit d'utiliser le fait que $\|Mx\| \leq \|M\| * \|x\|$ et que $\|M^n\| \leq \|M\|^n$.

Propriété : dans un espace complet, une suite de Cauchy est convergente (converge vers une valeur fixe).

Suite de Cauchy : s_i est définie par la propriété suivante :

Pour tout $\epsilon > 0$, il existe i tel que pour tout $j > i$: $\|s_j - s_i\| < \epsilon$.

5.3.2 **Question :** Dédisez en le fait que la suite B_k est convergente.

5.3.3 **Question :** Pourquoi dit-on souvent que la radiosité est le résultat d'une équation d'un point fixe ?